



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ  
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Γ.Π. ΠΑΠΑΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ

ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

## ΑΣΚΗΣΗ 2

CLASSICAL FEEDBACK DESIGN

Επιμέλεια Άσκησης:  
Α. Χ. Χαραλαμπίδης, Υ.Δ.

### Εισαγωγή:

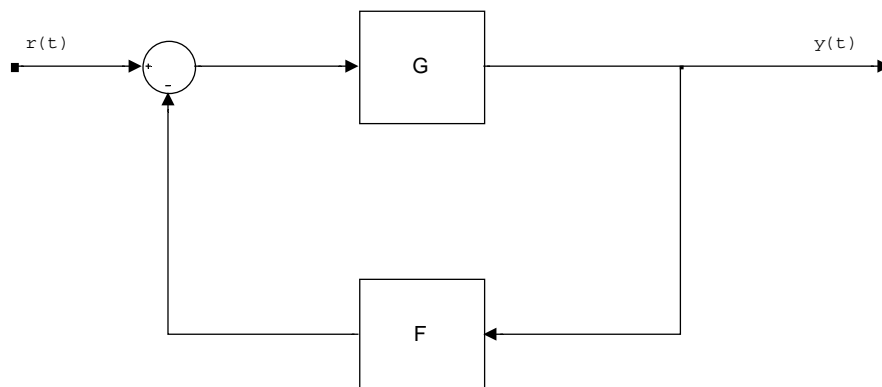
Η εργασία αυτή έχει στόχο την εξοικείωση των σπουδαστών με πολλές από τις έννοιες που εισάγονται στο μάθημα αυτό αλλά και με τη χρήση υπολογιστικών εργαλείων.

Υπάρχουν διαθέσιμα πολλά πακέτα για υπολογισμούς, άλλα εμπορικά και άλλα ελεύθερα ή και ανοικτού κώδικα. Διαδεδομένο εμπορικό πακέτο είναι το MATLAB της MATHWORKS για το οποίο έχουν αναπτυχθεί βιβλιοθήκες για πολλές εφαρμογές μία από τις οποίες είναι και το Control System Toolbox. Από την ίδια εταιρεία διατίθεται το Simulink, που παρέχει τη δυνατότητα γραφικής σχεδίασης μπλοκ διαγραμμάτων και παρέχει καλή ολοκλήρωση με το περιβάλλον MATLAB. Αντίστοιχο με το MATLAB (και με σύνταξη σε πολύ μεγάλο βαθμό συμβατή) και ελεύθερο είναι το GNU Octave. Στην εργασία μπορείτε να χρησιμοποιήσετε όποιο εσείς επιθυμείτε, ωστόσο επειδή το MATLAB είναι το πιο διαδεδομένο, σε πολλά σημεία θα αναφέρουμε στο τέλος ενός ζητήματος ή υποερωτήματος εντολές του Control System Toolbox ως υπόδειξη.

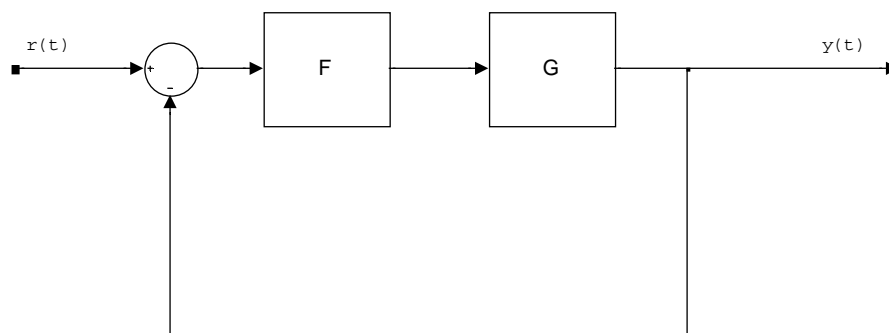
Μπορείτε στην αναφορά σας να συμπεριλάβετε υπολογισμούς, κώδικα και διαγράμματα ανάλογα με το τι θεωρείτε ότι χρειάζεται σε κάθε υποερώτημα.

Στην άσκηση αυτή θα χρησιμοποιηθούν οι δύο ακόλουθες συνδεσμολογίες:

#### Συνδεσμολογία i)



#### Συνδεσμολογία ii)



Στα παραπάνω διαγράμματα  $G(s)$  είναι η συνάρτηση μεταφοράς του υπό έλεγχο συστήματος ενώ  $F(s)$  είναι η συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή. Με  $y(t)$  συμβολίζεται η έξοδος του υπό έλεγχο συστήματος και  $i(t)$  το σήμα αναφοράς. Θα ονομάζουμε  $u(t)$  την είσοδο του υπό έλεγχο συστήματος.

Για τη  $G(s)$  διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

$$a) G_a(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$b) G_b(s) = \frac{1}{0.2s^3 + 1.2s^2 + 1.2s + 1}$$

## Ζήτημα 1<sup>ο</sup>

Στο ζήτημα αυτό θα μελετηθεί το υπό έλεγχο σύστημα καθώς και η συμπεριφορά του κλειστού βρόχου όταν η ανατροφοδότηση έχει τη μορφή  $F(s)=k$ .

1.1 Να βρεθούν οι πόλοι των δύο υπό έλεγχο συστημάτων,  $G_a$ ,  $G_b$  καθώς και το κέρδος μόνιμης κατάστασης (DC κέρδος). Ακολούθως να σχεδιαστεί η βηματική τους απόκριση. Με βάση τη θέση των πόλων και το DC κέρδος να εξηγήσετε τη μορφή της βηματικής απόκρισης υπολογίζοντας χαρακτηριστικά της βηματικής απόκρισης (χρόνος αποκατάστασης, χρόνος ανόδου, ποσοστό υπερύψωσης ή όποιο άλλο νομίζετε). Παρατηρήστε ότι οι δύο βηματικές αποκρίσεις δε φαίνεται να διαφέρουν πολύ. (dc gain, step, roots)

1.2 Να σχεδιαστούν τα διαγράμματα Bode. Μέχρι ποια συχνότητα τα κέρδη διαφέρουν μέχρι 3dB; Μέχρι ποιά συχνότητα τα διαγράμματα φάσης διαφέρουν μέχρι 30ο; (bode)

Στα επόμενα ερωτήματα του Ζητήματος 1, υποθέτουμε ότι  $F(s)=k$ .

1.3 α) Με βάση το κριτήριο Routh να βρείτε αν το σύστημα κλειστού βρόχου είναι ευσταθές για  $k=3$  και  $k=8$ . Ακολούθως βρείτε το σύνολο των πραγματικών τιμών του  $k$  για τις οποίες έχουμε ευστάθεια κλειστού βρόχου. Να διαπιστωθεί ότι σε κλειστό βρόχο όταν το κέρδος  $k$  αυξηθεί πολύ το σύστημα πέφτει σε αστάθεια με τη  $G_b$  ενώ με τη  $G_a$  υπάρχει άπειρο περιθώριο κέρδους. Για να χρησιμοποιήσετε το κριτήριο Routh σε περιβάλλον MATLAB μπορείτε να κατεβάσετε το αρχείο Routh.m από το [www.mathworks.com/matlabcentral/](http://www.mathworks.com/matlabcentral/)  
β) Να σχεδιαστεί ο Γ.Τ.Ρ και να εξαχθούν τα ίδια αποτελέσματα με το υποερώτημα α). (rlocus)

1.4 Υπάρχει διαφορά στο θέμα της ευστάθειας για τις δύο συνδεσμολογίες (i και ii);

1.5 Να σχεδιαστούν οι βηματικές αποκρίσεις για τη συνδεσμολογία i) με  $F(s)=5$ . και για τα δύο υπό έλεγχο συστήματα. Διαπιστώνουμε ότι ενώ οι βηματικές αποκρίσεις των δύο συστημάτων ήταν φαινομενικά ίδιες, σε κλειστό βρόχο και για αρκούντως μεγάλο κέρδος έχουμε πολύ διαφορετική συμπεριφορά. Προσπαθήστε να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό στη συγκεκριμένη περίπτωση. Σε αυτό μπορούν να σας βοηθήσουν τα διαγράμματα Bode.

- 1.6 Να σχεδιαστούν το διάγραμμα Nyquist για το  $G_b$  και να βρεθεί για ποιες τιμές του  $k$  έχουμε ευστάθεια κλειστού βρόχου. Ακόμη, με βάση το διάγραμμα αυτό και για τιμή του  $k$  της επιλογής σας, αλλά που εξασφαλίζει ευστάθεια, να βρείτε τα περιθώρια κέρδους και φάσης. (Nyquist)

## Ζήτημα 2<sup>ο</sup>

Επιθυμούμε τώρα να βελτιώσουμε τη συμπεριφορά του συστήματος κλειστού βρόχου χρησιμοποιώντας δυναμική ανατροφοδότηση. Η συνδεσμολογία που χρησιμοποιούμε είναι η ii). Όπου δεν αναφέρεται διαφορετικά, η σχεδίαση θα γίνεται και για τα δύο υπό έλεγχο συστήματα και ο ελεγκτής μπορεί να είναι διαφορετικός για το καθένα.

- 2.1 Να επιλέξετε ελεγκτή της μορφής  $F(s) = k \frac{s+p}{s+q}$  έτσι ώστε αν  $r(t)$  είναι μοναδιαία βηματική είσοδος και το σύστημα τη χρονική στιγμή  $t=0$  βρίσκεται σε ηρεμία να ικανοποιούνται οι παρακάτω περιορισμοί:

$$\begin{aligned}y(t) &\rightarrow 1 \pm 0.2 \\|y(t) - 1| &\leq 0.25 \text{ για } t \geq t_s = 3 \\|\max[y(t) - 1]| &\leq 0.3\end{aligned}$$

Για ποια από τα δύο υπό έλεγχο συστήματα μπορέσατε να πετύχετε καλύτερη συμπεριφορά κλειστού βρόχου;

Υπόδειξη: Στον εύκολο πειραματισμό με διάφορους ελεγκτές μπορεί να σας βοηθήσει το sisotool του MATLAB.

- 2.2 Προσπαθήστε τώρα χρησιμοποιώντας PID ελεγκτή να πετύχετε:

$$\begin{aligned}y(t) &\rightarrow 1 \\|y(t) - 1| &\leq 0.1 \text{ για } t \geq t_s = 2 \\|\max[y(t) - 1]| &\leq 0.2\end{aligned}$$

Για τον PID που επιλέξατε και για το υπό έλεγχο σύστημα  $G_b$  να δοθούν οι κυματομορφές  $u(t)$  και  $y(t)$  όταν  $r(t)$  είναι μοναδιαίο βήμα και να βρεθούν τα περιθώρια κέρδους και φάσης. Υπενθυμίζουμε ότι  $u(t)$  είναι η είσοδος του υπό έλεγχο συστήματος.

- 2.3 Προκειμένου να ελεγχθεί η σθεναρότητα της σχεδίασης των δύο προηγούμενων ερωτημάτων προχωρήστε στα επόμενα:  
α) Να μελετηθούν οι αλλαγές στη συμπεριφορά του συστήματος κλειστού βρόχου όταν η τιμή του  $q$  αλλάζει έως 10% για τον ελεγκτή του Ερωτήματος 2.1 καθώς και όταν αλλάζει το κέρδος του ολοκληρωτή έως 10% για τον PID ελεγκτή. Διατηρείται η ευστάθεια σε όλο το διάστημα; Εάν όχι αναφέρετε σε ποιο διάστημα διατηρείται.

β) Διαλέξτε τυχαία (με όποια κατανομή επιθυμείτε) 10 τιμές για τα τρία κέρδη του PID ελεγκτή αλλά με την προϋπόθεση να μην απέχουν πάνω από 5% από τις ονομαστικές. Ελέγξτε αν το σύστημα παραμένει ευσταθές και στις 10 περιπτώσεις.

2.4 Έστω τώρα ότι ο ελεγκτής είναι ψηφιακός και ότι η έξοδος του αλλάζει με συχνότητα της επιλογής σας αλλά μικρότερη από 20Hz. Αγνοήστε τα σφάλματα κατά τη μετατροπή από αναλογικό σε ψηφιακό και αντίστροφα. Να βρεθεί κατάλληλος ελεγκτής ώστε να ικανοποιούνται οι προδιαγραφές που ζητήθηκαν για τον PID. Υπό έλεγχο σύστημα είναι το  $G_a$ .

### Ζήτημα 3<sup>ο</sup>

Έστω ότι τώρα  $G(s) = \frac{p}{(s-4)(s-5)(s-p)}$ ,  $p > 0$  και ότι θέλουμε να προσεγγίσουμε τη συνάρτηση με τη  $G_0(s) = \frac{1}{(s-4)(s-5)}$ .

3.1 Χρησιμοποιώντας τη συνδεσμολογία ii) να βρεθεί ελεγκτής  $F(s)$  της επιλογής σας που να επιτυγχάνει ευστάθεια για το σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς

$G_0(s) = \frac{1}{(s-4)(s-5)}$ . Έστω ότι λόγω κατασκευαστικής ατέλειας ο ελεγκτής

τελικά δεν έχει συνάρτηση μεταφοράς  $F(s)$  αλλά  $k \cdot F(s)$ . Είναι δυνατό ο ελεγκτής να σχεδιαστεί έτσι ώστε το σύστημα κλειστού βρόχου να παραμένει ευσταθές για απεριόριστα μικρές τιμές του  $k$ ; Για τον ελεγκτή που σχεδιάσατε να βρεθεί σε ποιο διάστημα μπορεί να ανήκει το  $k$  ώστε σε κλειστό βρόχο να υπάρχει ευστάθεια. Να δώσετε τα περιθώρια αύξησης και μείωσης κέρδους σε dB.

3.2 Να ελέγξετε κατά πόσο το σύστημα με την  $G(s)$  και  $p=25$  είναι ευσταθές. Αν όχι δοκιμάστε αν υπάρχουν άλλες θέσεις του ευσταθούς πόλου που να μην επηρεάζουν την ευστάθεια.